# LATIHAN SOAL

1. Diberikan

*A* {2, 4, 6,8,...} dengan

*m*\**n*  *m*  *n*

; *m*, *n*  *A*

Tunjukkan apakah ( *A*,\*) merupakan suatu grup!

semua.

1. Diketahui Z7 adalah himpunan bilangan bulat dengan Z7 {0,1, 2,3, 4,5, 6}.
   1. Tunjukkan apakah modulo 7!

(Z7 , )

merupakan suatu grup dengan + adalah penjumlahan

* 1. Jika

*A*  Z7

dengan

*A*  {1, 2,3, 4,5, 6}, tunjukkan apakah ( *A*,)

merupakan

suatu grup dengan  adalah perkalian modulo 7!

1. Diberikan suatu grup (*G*,\*) dengan *G* {*a*,*b*, *c*, *d*, *e*} dan tabel Cayley berikut.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *a* | *b* | *c* | *d* | *e* |
| *a* | *c* | *a* | *e* | *b* | *d* |
| *b* | *a* | *b* | *c* | *d* | *e* |
| *c* | *e* | *c* | *d* | *a* | *b* |
| *d* | *b* | *d* | *a* | *e* | *c* |
| *e* | *d* | *e* | *b* | *c* | *a* |

* 1. Tentukanlah identitas dari grup *G* !
  2. Tentukanlah invers dari masing-masing anggota pada *G* !

**JAWAB:**

**1).**

Ubah dulu ke bentuk rumus:  
 A = {x|x = 2n, x∈N}

X = 2n - 1 🡪 kalo ganjil

X = 2n + 1 🡪 ini juga kalo ganjil

Lalu cek dahulu apakah bersifat tertutup atau nggak dengan memisalkan anggota m dan n ada di himpunan A.

Misal x1 dan x2 mewakili m,n ∈ A, maka:

x1 \* x2 = x1 – x2 = = 2a – 2b = 2(a – b) ∉ A ← belum tentu tertutup karena hasilnya bisa x ≤ 0.

Maka (A,\*) bukan merupakan grup.

2a). 1). Himpunan ini jelas tak kosong karena mempunyai 7 anggota.

2). Tabel Cayley

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 5 | 5 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 6 | 6 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

3). Cek apakah bersifat tertutup atau tidak.

2 + 2 = 4 ∈ Z7

6 + 5 = 4 ∈ Z7

Sehingga, terbukti bahwa operasi biner ini tertutup.

4). Cek apakah bersifat asosiatif atau ngga.

(3 + 4) + 5 = 0 + 5 = 5

3 + (4 + 5) = 3 + 2 = 5

Sehingga, terbukti bahwa operasi biner ini bersifat asosiatif.

Sampai sini terbukti sampai semigrup.

5). Elemen identitas. Dari tabel no 2 dapat diketahui bahwa 0 terpilih sebagai elemen identitas karena bilangan apapun dijumlahkan dengan 0 akan bernilai sama.

Sampai sini terbukti sampai monoid.

6). Apakah setiap anggota punya invers masing2 atau ngga.

Syarat invers x\*x-1 = e.

0-1 = 0

1-1 = 6

2-1 = 5

3-1 = 4

4-1 = 3

5-1 = 2

6-1 = 1

Terbukti bahwa operasi biner ini mempunyai biner sehingga dapat dibuktikan bahwa (Z­7, +) adalah grup.

2b). A ⊆ Z7

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 1 | 3 | 5 |
| 3 | 3 | 6 | 2 | 3 | 1 | 4 |
| 4 | 4 | 1 | 5 | 2 | 6 | 3 |
| 5 | 5 | 3 | 1 | 6 | 4 | 2 |
| 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |

Elemen identitas = 1.

1). Himpunan tersebut jelas tak kosong.

2). Tertutup atau ngga:

1 x 1 = 1

6 x 5 = 2

Sehingga, operasi biner ini bersifat tertutup.

3). Asosiatif atau ngga:

(1 x 3) x 5 = 3 x 5 = 1

1 x (3 x 5) = 1 x 1 = 1

Sehingga, operasi biner ini bersifat tertutup.

Sampai sini (A, x) adalah semigrup.

4). Elemen identitas = 1.

Sampai sini (A,x) adalah monoid.

5). Masing2 anggota punya invers atau ngga:

Berdasarkan tabel cayley pada awal dapat dibuktikan bahwa setiap anggota mempunyai invers masing2

Sehingga, (A,x) adalah grup.

3a. Berdasarkan tabel cayley dapat terlihat bahwa b adalah elemen identitasnya karena operasi biner dengan b akan menghasilkan nilai tetap.

3b. Perhatikan operasi biner yang menghasilkan b. Jika ada operasi biner yang menghasilkan b maka baris pada tabel tersebut mempunyai invers pada kolom pada tabel tersebut seperti:

a-1 = d

b-1 = b

c-1 = e

d-1 = a

e-1 = c